

DAVID HILBERT ȘI MATEMATICA SECOLULUI XX

Ioana GORDUZA

Acum cincizeci de ani se stingea din viață unul din cei mai mari matematicieni ai secolului: David Hilbert.

Cercetările și descoperirile sale au atins aproape toate domeniile matematicii. În cursul anilor 1900-1930 a contribuit la transformarea Göttingenului în cel mai important centru matematic din lume. Prin munca sa, elevii săi și cele douăzeci și trei de probleme celebre enunțate în 1900, Hilbert a influențat considerabil mai multe generații de cercetători.

Născut în 1862 în apropiere de Königsberg, mort în 1943 la Göttingen, David Hilbert își înalță imensa sa statură la granița a două secole și a două lumi. Recunoscut deja și chiar celebrat la sfârșitul secolului trecut, Hilbert este, împreună cu Henri Poincaré, matematicianul care a exercitat cea mai mare și profundă influență asupra descoperirilor matematice ale secolului nostru.

Hilbert nu a fost omul unei singure specialități. De la algebră la analiză, trecând prin aritmetică și geometrie, geniul său s-a aplecat asupra tuturor acestor domenii, lor adăugându-li-se fizica, logica și filozofia matematicii. În fiecare din aceste domenii a obținut rezultate care servesc și astăzi drept referințe. Să cităm doar faimoasa sa demonstrație a existenței unei baze finite pentru orice sistem de invarianți (1888), care a cristalizat celebre discuții despre noțiunea de existență în matematică, raportul său monumental despre teoria numerelor algebrice (1897), axiomatizarea geometriei (1899), teoria operatorilor liniari

într-un spațiu infinit numărabil dimensionat - spațiile "Hilbert" - (1900-1920), tratatul său despre "Metode matematice în fizică" (1924, 1937), teoria sa despre demonstrație (1920-1930) care a inaugurat una din secțiunile principale ale logicii matematice contemporane.

De altfel Königsbergul, orașul său natal, aparține istoriei matematicii prin podurile sale, problemă rezolvată de L.Euler. În momentul în care Hilbert intră la Universitate (1880), K.Weierstrass și L.Kronecher sunt cei mai mari matematicieni germani.

Dar Hilbert nu va studia la Berlin. După un semestru la Heidelberg cu L.Fuchs, cunoscut pentru cercetările asupra ecuațiilor diferențiale liniare, revine la Königsberg să audieze lecțiile lui H.Weber asupra teoriei numerelor, a teoriei funcțiilor și teoria invarianților. Aici leagă o prietenie durabilă cu H.Minkowski, amândoi devenind elevii preferați ai lui A.Hurwitz. Împreună, în fiecare zi la ora cinci după amiază ei făceau o plimbare în care se discuta matematică. Hilbert a îndrăgit atât de mult acest mod viu și agrebil de a învăța și a fi învățat încât, atunci când va fi profesor, la rândul său, va face din aceste "plimbări matematice" o obișnuință. La sugestia lui C. von Lindemann, matematicianul care a demonstrat transcendența lui π , Hilbert va ataca teoria invarianților pentru teza de doctorat. Pleacă la Paris pentru a-l audia pe Poincaré unde întâlnește pe E.Picard și C.Hermite care îi semnalează problema nerezolvată a lui P.Gordon privind invarianții, a cărei soluționare îl va face celebru.

Revine în Germania unde lucrează cu Klein la Göttingen și cu Kronecker la Berlin, ale cărui precepte le urmează: să aplici metode aritmetice la problemele puse în alte sectoare ale matematicii, să dai demonstrații cât mai simple cu putință. Hilbert audiază pe Gordon la Erlangen și se achită de rezolvarea problemei sale: demonstrează că toate sistemele de invarianți au o bază finită, adică există un număr finit de invarianți I_1, \dots, I_n astfel încât toți invarianții sistemului se pot scrie ca o funcție polinomială $P(I_1, \dots, I_n)$. Nu caută să construiască efectiv baza,

nici nu indică o metodă de a o construi. El demonstrează prin reducere la absurd. Este prima sa strălucire. Mulți au fost derutați de această demonstrație neconstructivă. Gordon spune: "nu este matematică, este teologie". În 1892 Hilbert dă o nouă demonstrație, de această dată constructivă. Dar pentru el, demonstrațiile generale de existență, care permit descrierea structurii mulțimilor studiate fără a face calcul, caracterizează matematica modernă. Hilbert a demonstrat de altfel mai multe teoreme în mod analog, teoreme care sunt instrumente esențiale în studiul algebrei și care joacă un rol important în dezvoltarea geometriei algebrice.

Hilbert sosește la Göttingen în martie 1895. Reputația științifică a Göttingenului era centenară, ilustrată prin nume ca Gauss, Dirichlet, Riemann, Dedekind, dar Hilbert îi va da primul loc în Germania și în lume. În câțiva ani, devine matematicianul german cel mai cunoscut, la egalitate cu Poincaré. Göttingenul face să pălească steaua Berlinului unde Fuchs, Schwarz și Frobenius nu reușesc să contrabalanseze atracția pe care el o exercită asupra tineretului, eclipsând nume celebre ca: H.Weyl, M.Born, E.Zermelo, B.L. von der Waeden, autorul manualului de algebră modernă. Școala lui Hilbert va străluci asupra lumii întregi. Energia lui Hilbert și încrederea în capacitatea rațiunii de a găsi soluții la toate problemele destul de bine puse, se transmite la toți cei din jurul său. Veneau la el din toate orizonturile științifice. Cu atâtea discipline școala sa a descoperit și cercetat multe domenii excepționale. Fizicienii sau filozofii, matematicienii sau logicienii, nici un spirit curios al științei nu s-a privat în deceniul eroic (1920-1933) de un pelerinaj în orașul Göttingen, devenit farul modernității și "locul sacru al gândirii pure". Aici Hilbert ține cursuri în domeniile cele mai variate, defrișând în același timp noi domenii. Lecțiile sale pregătite cu grijă nu aveau nimic rigid. El nu debita porțiuni de știință ci dădea impresia de căutare și descoperire în același timp cu expunerea. Auditoriul credea adesea că asistă abia la procesul creației matematice. Ne putem imagina concentrarea și fervoarea sa!

În primii ani Hilbert s-a concentrat asupra unui raport comandat de societatea germană de matematică asupra teoriei numerelor algebrice, depășind previziunile: a fondat teoria extinderilor abeliene ale unui corp de numere algebrice și a formulat conjecturi pe care japonezul T.Takagi și francezul C.Chevalley le-au demonstrat mai târziu.

După toate acestea, Hilbert s-a întors spre analiză și a atacat problema lui Dirichlet: să se găsească un domeniu deschis și mărginit D în plan, o funcție u continuă pe D și pe frontiera sa, armonică pe D , a cărei restricție la frontiera lui D să fie o funcție continuă f dată inițial. Dirichlet a conjecturat că u era acea funcție pentru care integrala următoare, calculată pe D , atinge minimumul:

$$\iint \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy$$

Hilbert reia problema în cadrul calculului variațional și demonstrează conjectura, numită de Riemann, "principiul lui Dirichlet". Riemann a folosit-o de fapt în dizertația "Principii fundamentale pentru o teorie generală a funcțiilor de o variabilă complexă" (1851) și Weierstrass i-a opus un contra-exemplu, iar matematicienii erau obligați la contorsionări pentru a ajunge la rezultatele lui Riemann fără a trece prin principiul lui Dirichlet. Slăbind câteva restricții asupra frontierei lui D și asupra funcției f , Hilbert ridică restricțiile lui Weierstrass și legitimează în totalitate dizertația lui Riemann, una din operele cele mai importante ale istoriei matematicii moderne.

Apoi, Hilbert continuă cu analiza ecuațiilor integrale și caută să realizeze programul lui Poincaré, al unei teorii care să unifice diferite aspecte ale fizicii și analizei matematice.

Cu această ocazie el dezvoltă sistematic teoria formelor de cuadratură cu număr infinit de variabile: este începutul spațiilor Hilbert și a teoriei spectrale. J.von Neumann și F.Riesz vor axiomatiza teoria spațiilor Hilbert. El va reuni toate rezultatele legate de ecuațiile integrale într-o carte care devine baza

analizei funcționale actuale.

Hilbert se angajează într-o confruntare simultană a fundamentelor aritmetice și logice care dă naștere unei noi discipline "metamatemtica" sau teoria demonstrației. Aceasta își asumă dreptul de a opera cu infinitul prin modalități finite.

La Congresul de matematică din anul 1900, Hilbert a enunțat douăzeci și trei de probleme deschise la care aștepta soluții de la viitorime. Viitorimea a muncit la ele mai bine de jumătate de secol. Problemele propuse de el nu au același statut: unele pot fi calificate ca "probleme mari", altele sunt mai particulare. Astfel a doua problemă care se referă la rezolvabilitatea ecuațiilor în numere întregi conține de fapt toate problemele matematice a căror formulare se poate restrânge la o ecuație algebrică. Ultimele patru probleme tratează calculul variațional. În cea de-a șasea problemă Hilbert se ocupă de tratarea matematică a axiomelor fizicii.

David Hilbert a apărut în fața contemporanilor săi ca un spirit inzestrat cu o putere logică și o vitalitate fără asemănare, apărător al libertății gândirii matematice. La congresul internațional de matematică care a urmat primului război mondial (1928), Hilbert a insistat asupra caracterului universal al matematicii, toate frontierele, mai ales cele naționale, sunt contrare naturii ei.

Excesele naziste, care au îndepărtat mulți din colaboratorii săi: Emma Noether, R.Courant, Born, ș.a., i-au umbrat ultima parte a carierei sale excepționale.

B I B L I O G R A F I E

1. REID, C.: Hilbert, Springer-Verlag, 1970
2. Articolul "Hilbert", Encyclopedia Universalis, 1985
3. Revista "La Recherche", nr.257, sept.1993, pag.982-1008

DAVID HILBERT ET LA MATHÉMATIQUE DE LA XX-ÈME SIÈCLE

RÉSUMÉ. David Hilbert a été l'un des plus grands mathématiciens modernes qui, par son travail, a influencé tous les mathématiciens de l'époque et a mis les bases des nouveaux domaines. L'article présente chronologiquement les étapes de sa vie et son travail tout en soulignant les importants résultats obtenus.

UNIVERSITATEA DIN BAIA MARE
Facultatea de Litere și Științe
str. Victoriei, 76, 4800 BAIA MARE
ROMÂNIA