

DE LA ÎNCIFRARE LA DESCIFRARE ÎN MATEMATICĂ

Laurențiu MODAN

Încifrarea este haina prin care se prezintă concluzia și ipoteza problemelor de Matematică. Autorii acestora, sau mai exact *problemisti*, își încifrează mai mult sau mai puțin enunțurile, în funcție de „publicul” căruia i se adresează, dar și de scopul urmărit. Gradul de încifrare crește pe măsură ce se dorește o selecție cât mai riguroasă, și mai calitativă a celor cărora le sunt propuse problemele. De aceea, o anumită încifrare apare la o teză semestrială, și desigur, o alta, la o Olimpiadă de Matematică, indiferent de faza sa!

Descifrarea este calca ce ne conduce către soluția problemei. Cu cât gradul de încifrare este mai mare, cu atât mai încântătoare este descifrarea pentru rezolvitorul motivat!

În rândurile ce urmează, ne propunem să exemplificăm atât o *încifrare voită*, dar firească, precum și una *involuntară*, venită din lipsa de atenție acordată limbajului matematic folosit.

Vom pleca de la următoarea problemă.

Problema 1 (P1). Să se determine funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de două ori derivabilă care, pentru orice x și orice t din \mathbb{R} , satisface condiția

$$f(x+t) - f(x) = tf'(x+t/2) \quad (1)$$

În forma prezentată, problema este foarte dificilă, pentru că din start, numărul punctelor sale de sprijin este redus. Gradul de încifrare voită este foarte ridicat, și chiar o experiență funcțională bogată, nu întrevede prea ușor o soluție, care cere în acest caz, o creativitate mare. Făcând o descifrare a primului enunț, vom considera următoarea problemă.

Problema 2 (P2). Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de două ori derivabilă care, pentru orice x și orice t din \mathbb{R} , satisface condiția

$$f(x+t) - f(x) = tf'(x+t/2) \quad (1)$$

este dată de

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

În această formă, (P2) a fost propusă în 1977, la teza de *Analiză Matematică*, a concursului de admitere la Facultatea de Matematică din București, pentru ocuparea locurilor rămase vacante, în urma sesiunii din luna iulie. Vom prelua din [3], soluția ce am prezentat-o la paginile 336-337, soluție care, deloc simplă, ne conduce la o ecuație diferențială fără complicații.

Vom observa că funcția f este indefinit derivabilă. Într-adevăr, f fiind de clasă C^2 , înseamnă că $tf'(x+t/2)$ este de clasă C^2 , adică f este de clasă C^3 etc.

Derivând apoi, în raport cu x , relația ipotezei, și particularizându-l pe x , cu 0, găsim:

$$f'(t) - f'(0) = tf''(t/2) \quad (2)$$

Vom adăuga și relația obținută din (1), prin particularizarea lui x , tot cu 0 :

$$f(t) - f(0) = tf'(t/2) \quad (3)$$

pe care, derivând-o în continuare, după t , rezultă

$$f'(t) = f'(t/2) + (t/2)f''(t/2) \quad (4)$$

Între (2) și (4), eliminând $f'(t)$ avem

$$(t/2)f''(t/2) - f'(t/2) = -f'(0) \quad (5)$$

de unde, cu substituția $y = t/2$, se deduce

$$yf''(y) = f'(y) - f'(0) \quad (6)$$

Dacă se derivează după y , în relația (6), se obține

$$yf'''(y) = 0,$$

sau echivalent

$$f'''(y) = 0$$

de unde se găsește că funcția f este

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ cu } a, b, c \in \mathbb{R}$$

Fiind aproape în totalitate o carte cu teste grilă, în [1], apare printre puținele probleme de tip clasic, și problema (P2) care propune să se arate că

„orice funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, de două ori derivabilă, care satisface condiția (1), este dată de formula $f(x) = ax^2 + bx + c$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ ”.

Dacă (P1) era o încifrare voită, de data aceasta, (P2) devine o încifrare involuntară. Mai întâi, pentru că termenul *orice* crează ambiguitate, distrăgând atenția chiar de la relația (1), iar în al doilea rând, pentru că acest tip de formulare impune ca după determinarea funcției f , în soluție, să fie demonstrată și unicitatea lui f . Adică, o complicație în plus, la o problemă și așa dificilă, pentru care în [1] nu găsim nici o indicație de rezolvare, de soluție neputând fi nicidecum vorba...

Situații de tipul celei anterioare, apar frecvent în ultimii ani, iar ambiguitățile, din textul problemelor propuse, sunt tot mai numeroase! Din păcate, așa cum se constată și în [2], ambiguitățile sunt cu atât mai dese, cu cât provin din „lumea” testelor grilă, ce au simplificat până la șablon, o parte esențială a gândirii matematice, înlăturând frumusețea logicii raționamentului, devenit acum caduc, pentru un număr însemnat al licențierilor. De aceea, încifrările apar cel mai adesea ca involuntare, și neutile, din moment ce introduc enunțuri stufoase și cât mai ambigue, contribuind în mod real la degradarea exprimării matematice și creând unele schematisme simpliste, cu mari lipsuri în acuratețea cerințelor.

Este motivul pentru care milităm în favoarea unor enunțuri clare, concise, cu ipoteze și concluzii bine evidențiate, formulate într-o limbă română corectă, oricât de încifrate ar fi ele! Iar în finalul acestor rânduri, sugerăm oricărui membru al comunității matematice românești, să nu rămână pasiv în fața încifrărilor involuntare, întâlnite deja cu o frecvență mult prea mare, și venite în general, ca urmare a obișnuinței cu lipsa de rigoare și cu platitudinea testelor grilă, absolut neadecvate Matematicii și tradiției sale, dar care au proliferat pentru ușurința muncii unor dascăli, sau a unor administratori academici, la admiterile „mastodont”, din diverse centre universitare, unde numărul studenților, crescut exponențial, întrece cu prea mult, nevoile unei societăți românești, deja obosită și care dă vădite semne de ... metastază!

Bibliografie

1. Burlacu V., Cenușă, Gh., Mircea I., Raischi C., Șerban R., *Admitere A.S.E-2000, Matematică, teste grilă și de autoevaluare*, Editura Cison, București 2000.
2. Gussi Gh., *Despre examenele de tip grilă la Matematică, în cadrul concursului de admitere în universități*, Gazeta Matematică pentru tineret, vol.CVI, nr.3, București 2000, pg. 97-100.
3. Rogai E., Modan L., *871 probleme de Matematică*, vol. I, Editura All, București 1996.

FROM UNDECIPHERING TO DECIPHERING IN MATHEMATICS

Abstract. Based on a difficult problem from the entering examination in the Mathematics Faculty of Bucharest in September 1977, our paper analyses the *wanted or involuntary undecipherings* of the mathematical enunciations. There are criticized some kinds of faults, often appeared in the problem texts, proposed to be solved, and this, as a consequence of the multiple-choice examinations, absolutely unusual in Romania, and more, unrecommended for Mathematics.

Primit la redacție: 11.04.2002

Catedra de Matematică
Facultatea de Cibernetică, Statistică și Informatică Economică
Academia de Studii Economice București
Calca Dorobanților, nr.15-17, sector 1, 71131, București
E-mail: modanl@inforec.ase.ro
Laurent.Modan@ecp6.jussieu.fr